最近接点の有意性に基づく画像の類似性の評価
Measuring the Similarity of Images based on the Significance of the Nearest Neighbor

片山 紀生，佐藤 真一 (国立情報学研究所)
Norio Katayama and Shin'ichi Satoh (National Institute of Informatics)

概要： 特徴量空間における最近接点探索は、画像の類似検索や自動分類を実現する手段として、広く使われている。しかし、探索結果は、必ずしも満足のいくものばかりではなく、同一のデータセットであっても、探索対象の画像によって検索精度が大きく変動してしまうという問題がある。一方、データベースシステム分野の最近の研究成果から、高次元空間では、距離に有意な差が生じず、多数の点が同程度の距離に存在する状態、すなわち最近接点としての有意性が低い状態が起こり得ることが明らかになっている。この場合、探索結果そのものの有意性が低いため、検索精度も低いことが予想される。そこで、本論文では、最近接点の有意性と画像の類似性との関係を明らかにするために、テクスチャ画像を対象として定量的な評価を試みる。実験結果によると、有意性の高い最近接点ほど検索精度も高くなっており、最近接点の有意性が検索精度の高低に強く影響していることが明らかになる。

Abstract: Nearest-neighbor (NN) search in high dimensional space is widely used for the similarity retrieval and the classification of images. However, the accuracy of results is not always satisfactory; the accuracy varies considerably from one image to another even within the same data set. On the other hand, recent research results in the database literature reveal that NN search might return insignificant NNs in high dimensional space because points could be so scattered that every distance between them might yield no significant difference. In this case, it is expected that the accuracy of retrieval or classification would be worse than the case of significant NNs. Hence, this paper makes a quantitative evaluation to investigate the relationship between the significance of NNs and the retrieval accuracy of images. An experiment with texture images reveals that the retrieval accuracy distinctly depends on the significance of NNs, i.e., the retrieval accuracy of significant NNs is much better than that of insignificant NNs. This means that the significance of NNs is an essential clue for estimating the retrieval accuracy of images.

1 はじめに

特徴量空間における最近接点探索は、画像の類似検索や自動分類を実現する手段として、広く使われている。この手法では、個々の画像から種々の特徴量を抽出し、画像を多次元空間中のベクトルに対応付ける。そして、ベクトル間の距離によって類似度を判定し、類似画像検索を実現する。特徴量空間の重要な性質のひとつは、高次元であることである。例えば、Wavelet変換による周波数成分の場合、しばしば20～100次元の特徴量ベクトルが使われる。

一方、データベースシステム分野の最近の研究成果から、高次元空間では、低次元空間では想像できないような興味深い現象が起こることが明らかになっている。高次元空間の自由度があまりにも高いために点が散在してしまい、点相互の距離に有意な差が生じないことが起こり得るのである。典型的な例は、単位超立方体中に点が一様に分布している場合であり、片山ら[1]は、それらの点の相互の距離にほとんど差がないことを実験的に示している。そして最近、Beyerら[2]によって、一様分布よりも広い条件のもとでも、次元が高くなるにつれて、最近接点までの距離が最遠点までの距離に漸近することが示されている。

このように高次元空間では、距離に有意な差が生じず、多数の点が同程度の距離に存在する状態、いわば、どんぐりの背比べと呼ぶべき状態が起こる。このような状態では、最近接点探索を行っても、有意な結果は得られないことが予想される。なぜならば、同程度の距離に多数の点が存在するため、近いものとそうでないものとの間に有意な差が生じないからである。そして、最近接点探索の結果によって画像の類似性を判別しようとしても、有意な結果は得られないことになる。

以上のように、画像の類似性を特徴量空間での最近接点探索によって判別しようとする場合、最近接点の有意性に注意しなければならないことがわかる。そこで、我々は、これまでに、局所的な埋め込み次元数に基づいて最近接点の有意性を判定する方法を考案し、画像検索への適用を進めてきた[3]。この手法では、最近接点と同定度の距離に存在する点を数えることによっ

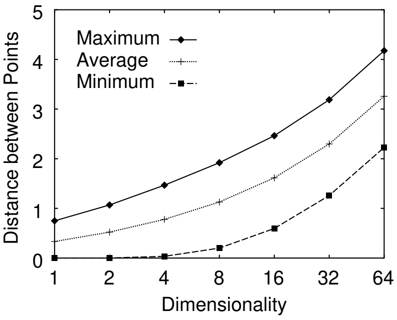


図 1　単位超立方体に一様に生成した **100,000** 個の点の間の距離。([**1**] から引用).

て、最近接点の有意性を判定する。これまでの実験から、この手法が、最近接点の有意性の判定に効果があることは明らかになっている。しかし、最近接点の有意性が画像の類似性とどれほど密接に関係しているのかについては、未だに明らかになっていない。

そこで、本論文では、最近接点の有意性と画像の類似性との関係を明らかにするために、テクスチャ画像の類似検索を対象として定量的な評価を試みる。テクスチャ画像を対象とした解析手法は、画像の検索・分類の基本的技術として研究が行われており、また、広く使われているデータセットならびに実験法があるため、定量的な評価に適していると考えられる。本論文では、テクスチャ解析の手法として広く使われているGabor Wavelet や Daubechies Wavelet による手法を使い、これらの特徴量が構成する特徴量空間において、画像の類似性と最近接点の有意性とがどのような関係にあるのか明らかにする。実験結果によると、有意性の高い最近接点ほど検索精度も高くなっており、最近接点の有意性が検索精度の高低に強く影響していることが確認された。

この論文の構成は、以下のとおりである。2節では、高次元空間において有意性の低い最近接点が現れ得ることを示す。3 節では、我々が考案し適用を進めている最近接点の有意性を評価する手法について説明する。そして、本論文の主題である定量的な評価実験の結果を 4 節で示し、5 節で結論を述べる。

2　最近接点の有意性

最近接点探索を使う場合、我々は、見つかった最近接点が、他の点よりもはるかに近くにあることを期待する。しかし、この直感は、高次元空間では必ずしも成立しない。例えば、点が単位超立方体の中に一様に分布している場合、二点間の距離は、あらゆる組合せについて見ても、ほとんど差が生じないことがある。図 1は、100,000 個の点を一様に単位超立方体の中に生成し、あらゆる組合せについて距離を求め、その最小値、平均値、最大値を示したものである。図が示すとおり、次元が高くなるにつれて、距離の最小値が著しく増加しており、最大値に対する最小値の比は、16 次元で 24%、32 次元で 40%、64 次元で 53% になっている。したがって、64 次元空間では、最近接点までの距離が、最も遠い点までの距離の 53% 以上になってしまっているのである。このような場合、我々は、これらの最近接点を、有意性の低い最近接点と見做すことが可能である。なぜならば、最近接点と他の点との差は無視できるほど小さく、他の点は、最近接点と同程度に、質問点（最近接点探索の基準となる点）の近くに存在しているからである。

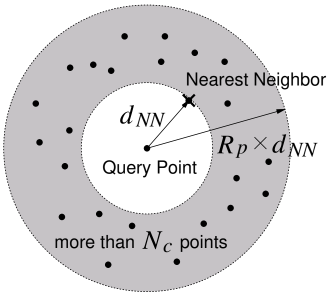


図 2　有意性の低い最近接点の定義。

図 1が示すとおり、有意性の低い最近接点は、次元が高くなるほど起こりやすくなる。この特性は、k 番めの最近接点までの距離の期待値を求めることによって確認できる。N 個の点が、質問点を中心とする超球の中に一様に分布しているとき、k 番めの最近接点までの距離の期待値 d_{kNN} は、次式のようになる [4]:

$$E\{d_{kNN}\} \approx \frac{\Gamma(k+1/n)}{\Gamma(k)} \frac{\Gamma(N+1)}{\Gamma(N+1+1/n)} r, \qquad (1)$$

ここに、n は次元数であり、r は超球の半径である。そして、k 番めの最近接点までの距離と $k+1$ 番めの最近接点までの距離の比は、次式のようになる [4]:

$$\frac{E\{d_{(k+1)NN}\}}{E\{d_{kNN}\}} \approx 1 + \frac{1}{kn}. \qquad (2)$$

このように、質問点の周囲に点が一様に分布している場合、k 番めの最近接点と $k+1$ 番めの最近接点の比は、次元が高くなるほど小さくなることが期待されるのである。これは、有意性の低い最近接点が、低次元空間よりも高次元空間で起こりやすいことを示している。

3　最近接点の有意性の評価法

3.1　有意性の低い最近接点の定義

既に述べたとおり、有意性の低い最近接点は高次元空間で起こりやすく、類似検索にとって厄介な存在となる。しかし、だからと言って、高次元空間が、類似検索に役立たないということではない。実世界のアプリケーションでは、データの分布に偏りがあるため、埋め込み次元数（有効な次元数）は、特徴空間の次元数

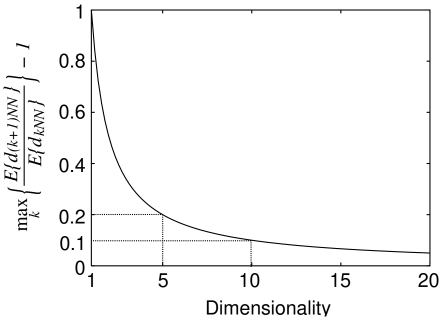


図 3　k 番めと $k+1$ 番めの最近接点の相対差の期待値。

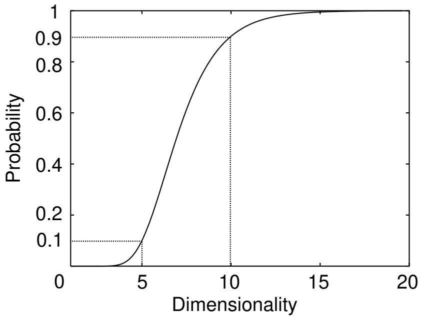


図 4　R_p が **1.84471** N_c が **48.0277** の場合の棄却率。

よりも小さいことが期待できる。例えば、データの分布がいくつかの優勢な次元によって支配されている場合には、埋め込み次元数は、それらの優勢な次元の数になる。さらに、埋め込み次元数は、データセット全体で一貫しているとは限らず、局所的な領域ごとに異なっている可能性がある。したがって、ある領域で最近接点の有意性が低くても、別の領域では最近接点の有意性が高い場合が起こり得るのである。そこで我々は、最近接点の有意性を、局所的な埋め込み次元数に基づいて評価する手法を考案した [3]。

我々は、まず、「有意性の低い最近接点」の定義として、次の定義を考案した。

定義 1 d_{NN} を質問点から最近接点までの距離とする。また、質問点からの距離が d_{NN} から $R_p \times d_{NN}$ の範囲にある領域を、質問点の近傍領域と呼ぶことにする。このとき、近傍領域に N_c 個以上の点が存在すれば、その最近接点を「有意性の低い最近接点」と見做す。

ここに、$R_p(>1)$ と $N_c(>1)$ は、制御パラメータである（図 2）。R_p は質問点の近傍領域を決定し、N_c は近傍領域の輻輳を決定する。

3.2　パラメータの設定

上記のように、R_p と N_c は、有意性の低い最近接点の定義において、本質的な役割を果たしている。ここで、埋め込み次元数に基づいて、これらのパラメータを設定する方法を示す。

まず最初に、最近接点の有意性と埋め込み次元数とを、式 (2) によって関連付ける。この式は、埋め込み次元数が n のときにも成り立つ [4]。すなわち、この式の n は、データ空間の次元数を意味しているのではなく、有効な次元数（すなわち、埋め込み次元数）を意味しているのである。式 (2) は、$d_{(k+1)NN}$ と d_{kNN} の期待値の比が、k が増加するにつれて単調減少することを示している。したがって、期待値の比が最大となるのは、次式のように 1 番めと 2 番めの最近接点においてである。

$$\max_k \frac{E\{d_{(k+1)NN}\}}{E\{d_{kNN}\}} = \frac{E\{d_{2NN}\}}{E\{d_{1NN}\}} \approx 1+\frac{1}{n}. \tag{3}$$

この式は、k 番めの最近接点と $k+1$ 番めの最近接点の相対差の期待値が、次元数が高くなるにつれて単調減少することを示している（図 3）。5 次元の場合には、20% 以下の差しか期待できず、10 次元の場合には、10% 以下の差しか期待できないことがわかる。このように、埋め込み次元数は、最近接点の相対的な有意性を見積もることを可能にする。

次に、埋め込み次元数 n とパラメータ R_p、N_c を関連付ける。局所的な領域において、埋め込み次元数 n で点が一様に分布していると仮定すると、R_p で決定される近傍領域に N_c 個以上の点が存在する確率は、次式のようになる。

$$Pr\,\{N_c \text{ or more in } R_p\} = (1-(1/R_p)^n)^{N_c} \tag{4}$$

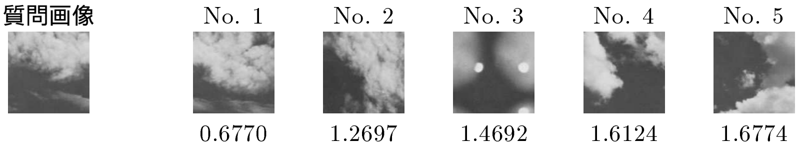
定義 1 によれば、R_p で決定される近傍領域に N_c 個以上の点が存在すれば、最近接点の有意性が低いと見做されるので、式 (4) は、埋め込み次元数が n のときに、最近接点の有意性が低いと見做される確率を示していることになる。そこで我々は、この確率を「(最近接点の) 棄却率」と呼んでいる。棄却率は、埋め込み次元数が大きくなるにつれて単調に増加する。また、以下に示すように、二つの制御点によって、容易に制御することが可能である。今、棄却率を、次元数 ν_1 で ρ_1、次元数 ν_2 で ρ_2 に設定したいとする ($0 < \rho 1 < \rho 2 < 1$ かつ $1 < \nu_1 < \nu_2$)。すると、パラメータ R_p と N_c は、次の連立方程式を解くことによって決定できる。

$$\begin{aligned} (1-(1/R_p)^{\nu_1})^{N_c} &= \rho_1 \quad (5)\\ (1-(1/R_p)^{\nu_2})^{N_c} &= \rho_2 \quad (6) \end{aligned}$$

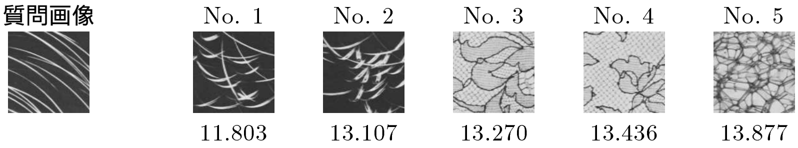
N_c を消去することによって次式を得る。

$$\frac{\log(1-(1/R_p)^{\nu_1})}{\log(1-(1/R_p)^{\nu_2})} = \frac{\log \rho_1}{\log \rho_2} \tag{7}$$

この方程式は、算術的に解くことはできない。しかし、左辺が R_p に対して単調に増加するため、ニュートン



(a) 近傍領域に存在する点の数が 1 の場合



(b) 近傍領域に存在する点の数が 1164 の場合

図 5　探索結果の例（写真の下の数値は質問画像からの距離、特徴量は **TWT**）

法などの数値解法によって容易に解くことができる。R_p が求まれば、次式によって N_c も求まる。

$$N_c = \frac{\log \rho_1}{\log(1-(1/R_p)^{\nu_1})}. \tag{8}$$

以上のように、式 (7) と (8) を用いることで、二つの制御点 (ν_1, ρ_1) と (ν_2, ρ_2) から、R_p と N_c を決定することが可能になる。

次に問題になるのが、どのようにして制御点を決定するかであるが、我々は、これらの制御点を、低域通過型フィルタとのアナロジーから、カットオフ点 (ν_c, ρ_c) と遮断点 (ν_r, ρ_r) のペアとして設定する方法を提案している。$n < \nu_c$ の範囲は、通過域に相当し、埋め込み次元数がこの範囲にあると、高い確率で有意性が高いと見做される。一方、$n > \nu_r$ の範囲は、遮断域に相当し、埋め込み次元数がこの範囲にあると、高い確率で有意性が低いと見做される。$\nu_c < n < \nu_r$ の範囲は、過渡域に相当する。また、我々は、ν_c と ν_r を k 番めと $k+1$ 番めの最近接点の相対差の近似的な期待値（式 (3) と図 3）によって決定することを提案している。例えば、5 次元では 20% 以下の差しか期待できず、10 次元では 10% 以下の差しか期待できないので、カットオフ次元数を 5、遮断次元数を 10 とすることが考えられる。そして、カットオフ次元数での棄却率を 0.1、遮断次元数での棄却率を 0.9 とすると、二つの制御点は、(5, 0.1) と (10, 0.9) となる。これらの制御点から、式 (7) と (8) によって、R_p と N_c を求めると、R_p が 1.84471、N_c が 48.0277 となる。図 4 は、これらのパラメータを用いたときの棄却率を、式 (4) によって計算した結果である。

4　テクスチャ画像による評価実験

4.1　評価実験の内容

以上に述べたように、R_p で決まる近傍領域に N_c 個以上の点が存在するかどうか調べることによって、最近接点の有意性（厳密に言えば、その近傍領域が、距離的に有意な差を期待できる埋め込み次元数を持っているかどうか）を判定することができる。この節では、この手法をテクスチャ画像の類似検索に適用し、定量的な評価を試みる。

テクスチャの分類・検索を目的とするテクスチャ解析は、画像処理の基本技術のひとつとしてさかんに研究が行われている。そして、近年では、同時自己回帰モデルに基づく方法 [5] や、wavelet による多重解像度解析を使う方法 [6]、複数方向かつ複数スケールの Gabor wavelet を使う方法 [7] などが提案されている。また、これらを含む複数の方法を比較した実験結果も報告されており [8]、上記 3 つの方法の精度が最も高いことが示されている。

このようにテクスチャ画像については、精度の高い手法が複数提案されており、評価実験の対象として適していると考えられる。また、テクスチャ解析では、精度を測定するための一般的なデータセットが存在し、実験データを入手しやすいことも特長として挙げられる。そのデータセットとは、様々なテクスチャ（布、石、壁など）を撮影した写真集 [9] であり、112 枚の写真からなる。個々の写真は、一面ほぼ均質なテクスチャであり、実験用の画像は、スキャナで読みとった写真 (512×512 ピクセル) を 4×4 に分割することで作られる。これにより、1 枚の写真から 16 枚の画像 (128×128 ピクセル) ができ、全体で 1792 枚の画像が得られる。そして、その中の 1 枚を質問画像、残りの 1791 枚をデータベースの内容として、類似検索が実行される。1791 枚の画像の中には、質問画像と同じ写真から作成された画像が 15 枚あるので、これらの画像を正解として検索精度が測定される。本論文でも、この方法に従って評価実験を行った。

画像の特徴量としては、wavelet による多重解像度解析を使う方法 [6] と Gabor wavelet を使う方法 [7] を用いた。Wavelet による多重解像度解析とは、Daubechies wavelet を用いて画像を 4 つの帯域成分 (LL, LH, HL, HH) に再帰的に分割する方法である。このとき、LL 成分のみを再帰的に分割するものを PWT (pyramid-structured wavelet transform)、LL 成分に加えて LH

	正解	不正解	合計
有意性高	1392 (77.7%)	92 (5.1%)	1484 (82.8%)
有意性低	185 (10.3%)	123 (6.9%)	308 (17.2%)
合計	1577 (88.0%)	215 (12.0%)	1792 (100.0%)

(a) Gabor wavelet

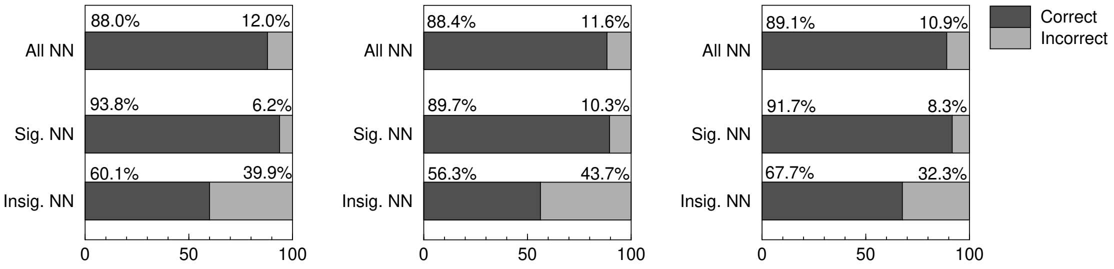
	正解	不正解	合計
有意性高	1544 (86.2%)	177 (9.9%)	1721 (96.0%)
有意性低	40 (2.2%)	31 (1.7%)	71 (4.0%)
合計	1584 (88.4%)	208 (11.6%)	1792 (100.0%)

(b) PWT

	正解	不正解	合計
有意性高	1462 (81.6%)	132 (7.4%)	1594 (89.0%)
有意性低	134 (7.5%)	64 (3.6%)	198 (11.0%)
合計	1596 (89.1%)	196 (10.9%)	1792 (100.0%)

(c) TWT

表 1 探索結果の分割表 (有意性の高低 vs 結果の正誤)



(a) Gabor wavelet (b) PWT (c) TWT

図 6 検索精度 (**All NN:** 全ての最近接点を対象としたとき、**Sig. NN:** 有意性の高い最近接点のみを対象としたとき、**Insig. NN:** 有意性の低い最近接点のみを対象としたとき)

と HL 成分も再帰的に分割するものを TWT (tree-structured wavelet transform) と呼ぶ。各レベルの各帯域成分におけるパワー (信号の絶対値の和) とその標準偏差を特徴量とする。本論文の実験では、[7, 8] にならって、3 レベルまで再帰的に分割した。これにより、PWT では、$3 \times 4 \times 2 = 24$ 次元の特徴量が得られ、TWT では、$(1 + 3 + 9) \times 4 \times 2 = 104$ 次元の特徴量が得られた。一方、Gabor wavelet を使う方法とは、複数方向かつ複数スケールの Gabor wavelet によって複数の帯域成分を求める方法である。そして、PWT や TWT と同様に、各帯域成分におけるパワー (信号の絶対値の和) とその標準偏差を特徴量とする。本論文の実験では、[7, 8] に従って、6 方向 4 スケール、計 24 種類の Gabor wavelet を使用した。これにより、48 次元の特徴量が得られた。

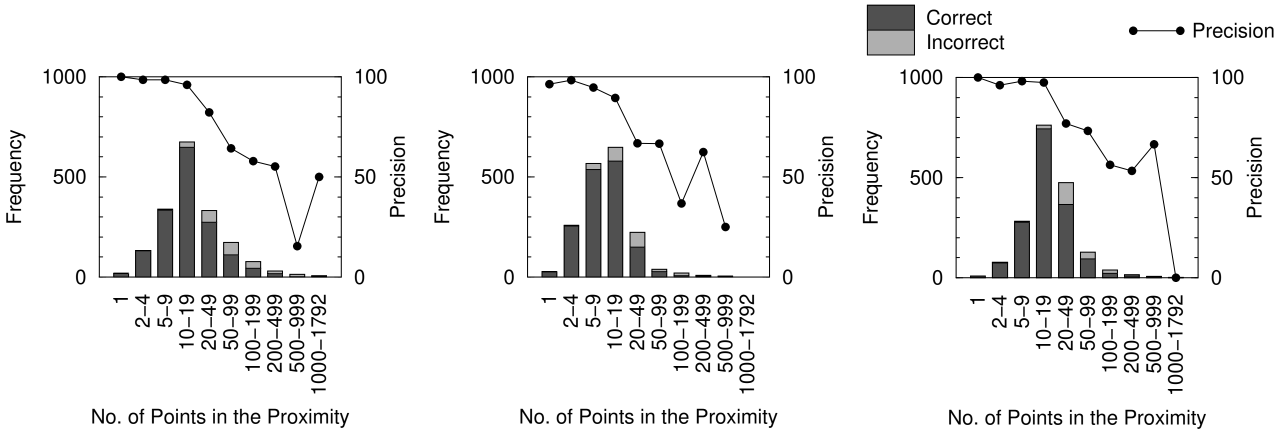
特徴量ベクトル間の距離は、正規化されたユークリッド距離を用いた。すなわち、次元ごとにデータ全体での標準偏差を求め、それらの値で正規化した後にユークリッド距離を計算した。すべての画像を質問画像として最近接点探索を実行し、探索結果として得られた最近接点 (最も近い 1 点のみ) を探索結果とし、その正誤と有意性を調べた。有意性の判定については、3 節の方法を使い、最近接点までの距離の 1.84 倍の範囲に 48 個以上の点があれば有意性が低いと判定した。

探索結果の例を図 5に示す。この図では、参考のために、最近接点のみならず、5 番めに近い点まで図示している。図 5(a) は、R_p によって決まる近傍領域に、点が 1 つしか存在しない場合 (すなわち、最近接点のみしか存在しない場合) の例である。2 番め以降の点に比べて、最近接点が飛び抜けて近いことがわかる。一方、図 5(b) は、近傍領域に 1164 個の点が存在する場合の例である。距離の相対的な差が小さく、どんぐりの背比べになってしまっていることがわかる。

4.2 最近接点の有意性と結果の正誤の相関

最近接点の有意性と画像特徴量の類似性との間にどのような関係があるか調べるために、有意性の高低と結果の正誤に関する分割表 (二つの属性から成る事象について度数を示した表) を作成した (表 1)。すべての画像を質問画像として最近接点探索を実行したので、度数の合計は、画像の数と同じ 1792 になっている。

まず、この表からわかることは、いずれの特徴量も検索精度が高いことである。有意性の高低に拘らず全体として見た場合、実行した探索のうち Gabor で 88.0%、PWT で 88.4%、TWT で 89.1% が正解である。そして、その内訳を見ると、大部分が、有意性の高い場合となっている。Gabor では、1577 のうちの 1392 (88.3%) が有意性の高い場合であり、PWT では、1584 のうちの 1544 (97.4%)、TWT では 1596 のうちの 1462 (91.6%) が有意性の高い場合となっている。このことから、正しい結果が得られるときには、高い確率で、最近接点の有意性も高くなっていることがわかる。この事実は、結果の正誤と最近接点の有意性との間に正の相関があることを意味する。そこで、探索結果を有意性が高い場合と有意性が低い場合とに分割し、それぞれについての検索精度を計算した (図 6)。この図から明らかなように、最近接点の有意性が低い場合には、検索精度が大きく下がってしまっていることがわかる。逆に、最近接点の有意性が高い場合には、全ての探索結果を対象とした場合よりも、若干ではあるが検索精度が向



(a) Gabor wavelet (b) PWT (c) TWT

図 7　近傍領域に存在する点の数に応じて探索結果を分類したときの度数分布と検索精度

上している。このことからも、結果の正誤と最近接点の有意性との間に正の相関があることがわかる。

4.3　近傍領域の点の数と結果の正誤の相関

定義 1 では、近傍領域に存在する点の数が多いほど、最近接点の有意性が低いと見做している。そこで、この方法が妥当なものであるかどうかを検証するために、近傍領域に存在する点の数によって探索結果を区分し、それぞれについての度数と検索精度を求めた（図 7）。まず、注目すべきことは、近傍領域に存在する点の数に、大きな変動が見られることである。最も少ないのは、最近接点のみが存在する場合であり、点の数としては 1 である。一方、画像の数が 1792 であるにも拘らず、1000 個以上の点が近傍領域に存在するケースも存在する。例えば、TWT の場合、最も多かったのは 1164 個であった（図 5(b)）。このように、近傍領域の点の数は、質問画像によって大きな変動を見せることがわかる。さらに、検索精度について見ると、近傍領域の点の数が多くなるほど、検索精度が下がっていることがわかる。これは、最近接点の有意性が低いほど検索精度も下がることを示しており、この結果もまた、探索結果の正誤と最近接点の有意性との間に正の相関があることを示している。

5　むすび

本論文では、高次元空間における最近接点の有意性に着目し、有意性の高低と画像の類似性との間にどのような相関があるのか定量的な評価を行った。テクスチャの類似検索を例として実験を行った結果、最近接点の有意性と画像の類似性には正の相関があり、最近接点の有意性が高いほど、検索結果の精度も高く、逆に、最近接点の有意性が低いほど、精度も低いことが明らかになった。最近接点の有意性と画像の類似性に相関がある場合、検索結果がどれほど類似しているのかを最近接点の有意性に基づいて評価することが可能になる。本論文の実験結果は、その可能性を支持する結果となっている。

謝辞

本研究の一部は、文部省創成的基礎研究費（09NP1401）、および、文部省科学研究費補助金（奨励 12780251）の補助を受けた。

参考文献

[1] 片山紀生，佐藤真一，“SR-Tree: 高次元点データに対する最近接検索のためのインデックス構造の提案，” 信学論（D-I），vol.J80-D-I，no.8，pp.703–717，Aug. 1997．

[2] K. S. Beyer, J. Goldstein, R. Ramakrishnan, and U. Shaft, “When Is “Nearest Neighbor” Meaningful?, ” Proc. of the 7th Int. Conf. on Database Theory, Jerusalem, Israel, pp.217–235, Jan. 1999.

[3] 片山紀生, 佐藤真一, “最近接点の有意性の評価によるマルチメディア情報の効率的な検索法,” 電子情報通信学会技術研究報告, DE2000-83, 2000.

[4] K. Fukunaga, “Introduction to Statistical Pattern Recognition (2nd ed.),” Academic Press, 1990.

[5] J. Mao and A. K. Jain, “Texture Classification and Segmentation Using Multiresolution Simultaneous Autoregressive Models,” Pattern Recognition, vol.25, no.2, pp.173–188, 1992.

[6] T. Chang and C.-C. Jay Kuo, “Texture Analysis and Classification with Tree-Structured Wavelet Transform,” IEEE Trans. on Image Processing, vol.2, no.4, pp.429–441, Oct. 1993.

[7] B. S. Manjunath and W.-Y. Ma, “Texture Features for Browsing and Retrieval of Image Data,” IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol.18, no.8, pp.837–842, Aug. 1996.

[8] W.-Y. Ma and H. J. Zhang, “Benchmarking of Image Features for Content-based Retrieval,” Proc. of the 1998 32nd Asilomar Conference on Signals, Systems & Computers, Part 1 (of 2), Monterey, USA, pp.253–257, Nov. 1998.

[9] P. Brodatz, “Textures: A Photographic Album for Artists and Designers,” Dover Publications, Inc., 1966 (republication in 1999).